

Probleme de antrenament - Setul 1

Problema 1

- a) Să se afle $m \in \mathbb{R}$ astfel încât ecuația $x^2 - (m - 2)x - 2m + 1 = 0$ să aibă soluții de semne contrare.
- b) Să se afle $m \in \mathbb{R}$ astfel încât ecuația $4^t - (m - 2)2^t - 2m + 1 = 0$ să aibă soluții de semne contrare.

Problema 2

Fie matricea $A = \begin{pmatrix} \sqrt{3} & -1 & 0 \\ 1 & \sqrt{3} & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

- a) Să se calculeze A^n pentru orice $n \in \mathbb{Z}$.
- b) Să se afle toți $n \in \mathbb{Z}$ astfel încât suma elementelor matricei A^n să fie nulă.

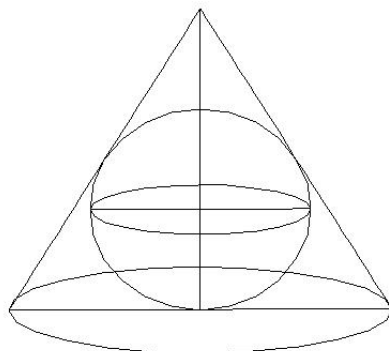
Problema 3

Să se determine imaginea funcției

$$f : \{x \in \mathbb{R} ; |x| \geq 1\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2\arctg|x| + \arcsin \frac{2x}{1+x^2}$$

Problema 4

Să se determine raza conului circular drept de volum minim circumscris unei sfere de rază r .



Problema 5

Care dintre numerele e^π sau π^e este mai mare?

Problema 6

Fie ecuația $y + \sin y - t^2 = 0$, necunoscuta fiind y .

- a) Să se demonstreze că pentru orice $t \in \mathbb{R}$, ecuația are o unică soluție.
- b) Să se demonstreze că pentru orice $t \in (-\sqrt{\pi}, \sqrt{\pi})$, ecuația are o unică soluție $y \in (-\pi, \pi)$.
- c) Să se studieze extremele funcției $y : (-\sqrt{\pi}, \sqrt{\pi}) \rightarrow (-\pi, \pi)$, care verifică relația $y(t) + \sin y(t) - t^2 = 0$, pentru orice $t \in (-\sqrt{\pi}, \sqrt{\pi})$.