Problema 1.

a) Fiind date punctele A, B şi dreapta d ca în figura 1 sa se determine un punct P pe dreapta d astfel încât distanţa $|AP| + |BP|$ să fie minimă.

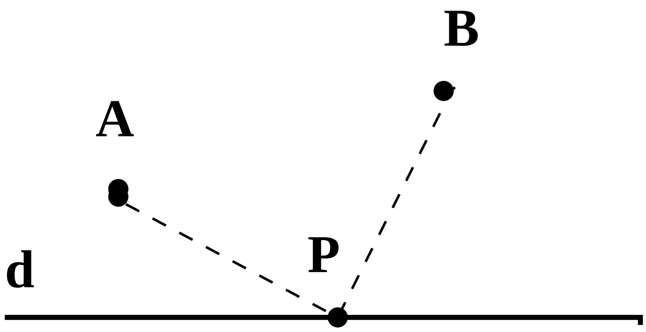

Figure 1:

b) Fiind date punctele A, B şi dreptele d şi e ca în figura 1 sa se determine punctele $P \in d$ şi $q \in e$ astfel încât distanţa $|AP|+|PQ|+|QB|$ să fie minimă.

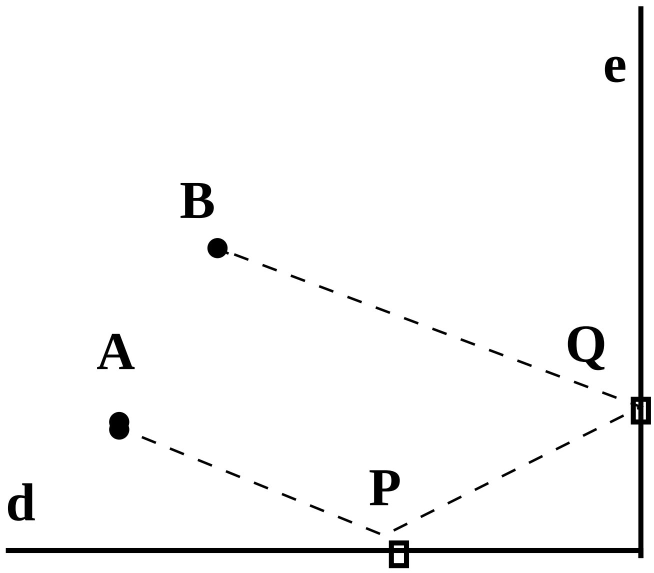

Figure 2:

c) Se consideră tetraedrul $VABC$. Să se determine un punct $M \in VB$ astfel încât distanţa $|AM| + |MC|$ să fie minimă.

Problema 2.

Să se se determine parametrul $m \in \mathbb{R}$ astfel încât rădăcinile ecuaţiei

$$x^2 + 2mx + 1 = 0$$

să satisfacă relaţiile:

a) $x_1, x_2 \leq 2$.

b) $x_1, x_2 \geq 1$.

c) $0 < x_1 \leq 1 \leq x_2 \leq 2$.

Problema 3.

Să se determine termenul general al şirurilor determinate de relaţiile de recurenţă:

a) $a_{n+1} = 3a_n + \frac{1}{2}$.

b) $a_{n+1} = 3a_n + 2a_{n-1}$.

c) $\begin{cases} a_{n+1} = \alpha b_n \\ b_{n+1} = \beta a_n. \end{cases}$

Problema 4.

Se consideră funcţiile $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ şi $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ astfel ca

$$f(x) = |x - 1|\, g(x).$$

a) Dacă g este o funcţie derivabilă pe $\mathbb{R}$ este f derivabilă pe $\mathbb{R}$?

b) Ce condiţie suplimentară ar trebui să satisfacă g ca f să fie derivabilă?

c) Pentru

$$g(x) = \frac{x - 1}{x^2 + 1}$$

să se traseze graficul funcţiei f.