Numele şi prenumele	Clasa	Nr. concurs
Liceul	....	

Concursul de matematică "Marcel Roşculeţ"

Ediţia a VI-a, 7 mai 2016

Partea I Subiectele 1-12 au un singur răspuns corect. Răspunsul corect se marchează cu X în tabelul primit de dvs.

Subiectul 1. Produsul soluţiilor reale ale ecuaţiei $\log_x^2 6+\log_{\frac{1}{6}}^2 \frac{1}{x}+\log_{\frac{1}{\sqrt{(x)}}}\frac{1}{6}+\log_6 x^2+\frac{3}{4}=0$ este
a) $6^{-\frac{5}{2}}$; **b)** 1; **c)** $6^{-\frac{3}{2}}$; **d)** $6^{\frac{5}{2}}$; **e)** $6^{\frac{3}{2}}$; **f)** 0.

Subiectul 2. Câţi termeni raţionali sunt în dezvoltarea $\left(\sqrt{3}+\frac{1}{\sqrt[3]{3}}\right)^{25}$?
a) 6; **b)** 4; **c)** 5; **d)** 24; **e)** nici unul; **f)** 25.

Subiectul 3. Pentru ce valori ale parametrului $m \in \mathbb{R}$, ecuaţia $2x^2-2(m+4)x+m^2+8m+15$ are doua soluţii în intervalul $[1,\ 3]$?
a) $m \in (-4-\sqrt{2},\ -4+\sqrt{2})$; **b)** $m \in [-4-\sqrt{2},\ -4+\sqrt{2}]$;
c) $m \in \mathbb{R}\backslash(-4-\sqrt{2},\ -4+\sqrt{2})$; **d)** $m \in \mathbb{R}\backslash[-4-\sqrt{2},\ -4+\sqrt{2}]$;
e) toate celelalte variante sunt greşite; **f)** $m \in [4-\sqrt{2},\ 4+\sqrt{2}]$.

Subiectul 4. Numărul punctelor de extrem ale functiei $f:(0,\ \mathrm{e}^2) \to \mathbb{R}$,
$f(x)=\ln(x+1)-\sqrt{(x)}$ este
a) 0; **b)** 3; **c)** 1; **d)** 2; **e)** 4; **f)** 5.

Subiectul 5. Calculaţi $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{3}\sum_{j=1}^{3}\sqrt[n]{a_j}\right)^n$, unde a_1, a_2, a_3 sunt reale strict pozitive.
a) $3a_1a_2a_3$; **b)** $3(a_1+a_2+a_3)$; **c)** $\frac{a_1+a_2+a_3}{3}$; **d)** $\frac{a_1a_2a_3}{3}$; **e)** $\sqrt[3]{a_1a_2a_3}$; **f)** $\sqrt[3]{a_1+a_2+a_3}$.

Subiectul 6. Pentru $m \in \mathbb{R}$ se consideră ecuaţia $x^2-|x|-mx(x+1)=0$. Determinaţi $A=\{m \in \mathbb{R} | \text{ecuaţia are 3 soluţii reale}\}$.
a) $A=[-1,\ 1]$; **b)** $A=(-\infty,\ -1)\cup(1,\ \infty)$; **c)** $A=(-\infty,\ -1]\cup[1,\ \infty)$; **d)** $A=(0,\ \infty)$;
e) $A=(0,\ 1)$; **f)** $A=(-1,\ 1)$.

Subiectul 7. Fie funcţia $f:\mathbb{R}\backslash\{3\}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{\sqrt{x^2+3x+4}}{x-3}$. Asimptotele funcţiei f sunt:
a) $x=-3,\ y=x$; **b)** $x=3,\ y=-1$; **c)** $x=3, y=x+1$; **d)** $x=3,\ y=2x+3$;
e) $x=3,\ y=1,\ y=-1$; **f)** $x=3,\ y=1$.

Subiectul 8. Fie $f:(-\infty,-1)\cup(1,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{1}{4}\ln\dfrac{(x-1)^3}{(x+1)(x^2+1)}-\operatorname{arctg} x$. In câte puncte de pe graficul funcţiei f, tangeta la graficul lui f este paralelă cu prima bisectoare?
a) 4; **b)** 5; **c)** 3; **d)** 2; **e)** 1; **f)** niciunul.

Subiectul 9. Fie $A=\left\{x\in\mathbb{R}\,\middle|\,\left[\dfrac{3x+1}{2}\right]=\dfrac{x^2+3x+2}{4}\right\}$, unde $[a]$ este partea întreagă a lui a. Aflaţi numărul elementelor muţimii A.
a) 7; **b)** 2; **c)** 3; **d)** 6; **e)** 5; **f)** 4.

Subiectul 10. Fie numerele reale x,y,z, $x>y>z$. Ḑacă $(x-y)(y-z)(x-z)=17$, atunci valoarea minimă a expresiei $\dfrac{1}{x-y}+\dfrac{1}{y-z}+\dfrac{1}{x-z}$ este:
a) $9\cdot 17^{-1}$; **b)** $9\cdot 17^{-1/3}$; **c)** $3\cdot 17^{-1/2}$; **d)** $3\cdot 17^{-1}$; **e)** $3\cdot 17^{-2/3}$; **f)** $3\cdot 17^{-1/3}$.

Subiectul 11. Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(2016+x^2)\mathrm{e}^x$. Calculaţi $f^{(2016)}(0)$.
a) 2016^2; **b)** $2015\cdot 2016$; **c)** $2015\cdot 2016-1$; **d)** $2015\cdot 2016+1$; **e)** 2017; **f)** 2016.

Subiectul 12. Valoarea minimă a funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\sum\limits_{i=1}^{12}(x-i)^2$ este:
a) 144; **b)** 288; **c)** 143; **d)** 0; **e)** $\frac{127}{2}$; **f)** $\frac{127}{4}$.

Partea a II-a Participanţii de clasa a XI-a tratează subiectele 13 şi 14. Participanţii de clasa a XII-a tratează subiectele 14 şi 15.
Soluţiile se redactează pe file diferite pentru fiecare subiect. Marcaţi în colţul din dreapta sus al fiecărei foi: numărul subiectului, fila, numărul de concurs.

Subiectul 13. Pentru parametrul $m>1$, fie funcţia $f:D\to\mathbb{R}$, $f(x)=\ln|x+1|+(1-m)x^2$. unde D este domeniul maxim de definiţie al funcţiei f.
a) Să se studieze existenţa asimptotelor.
b) Să se studieze monotonia funcţiei f.
d) Să se calculeze $\lim\limits_{m\to\infty} x_1x_2\left(f(x_1)+f(x_2)\right)$, unde x_1 şi x_2 sunt abscisele punctelor de maxim ale funcţiei f.

Subiectul 14. Fie $a,b,c,d\in\mathbb{R}$, nenule, astfel încât $ad=bc$ şi $a\neq -d$. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} a & b\\ c & d\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix} a+1 & b\\ c & d+1\end{pmatrix}$.
a) Să se calculeze A^k, pentru $k\in\mathbb{N}, k\geq 1$.
b) Să se calculeze B^n, pentru $n\in\mathbb{N}, n\geq 1$.
c) Să se studieze convergenţa şirurilor $(x_n)_{n\geq 1}$ şi $(y_n)_{n\geq 1}$, definite prin $x_1=p$, $y_1=q$ şi $\begin{pmatrix} x_{n+1}\\ y_{n+1}\end{pmatrix}=B\cdot\begin{pmatrix} x_n\\ y_n\end{pmatrix}$ pentru $n\in\mathbb{N}, n\geq 1$.

Subiectul 15. Fie funcţia $f:\left(0,\frac{\pi}{2}\right)\to\mathbb{R}$, $f(a)=\displaystyle\int_0^1\frac{\mathrm{d}x}{x^2+2x\operatorname{tg}a+1}$, $\forall a\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$.
a) Calculaţi $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$.
b) Calculaţi $f(a)$ pentru $a\in\left(0,\frac{\pi}{4}\right)$.
c) Calculaţi $f(a)$ pentru $a\in\left(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right)$.
d) Studiaţi continuitatea funcţiei f.